循环荷载作用下软黏土的一维弹黏塑性非线性固结模型

贾东阁，郑阳光

(华中科技大学土木工程与力学学院，湖北 武汉 430074)

摘　要：循环荷载作用下深厚饱和软黏土的固结与长期沉降变形分析对公路、地铁等基础设施的沉降分析有很重要的意义。传统的固结分析方法无法合理地考虑到长期循环荷载作用下软黏土的蠕变沉降，而基于弹粘塑性的本构模型分析又不能考虑长期循环荷载作用下土体固结过程中渗透系数 k_v 和体积压缩系数 m_v 的非线性变化。本文将综合考虑长期循环荷载作用下饱和软黏土的非线性固结及其固结过程中产生的蠕变。本文构建了一种具有普遍适用性的一维弹黏塑性非线性固结模型，可以较好的计算长期循环荷载作用下考虑蠕变效应的饱和软黏土的长期沉降变形。本文与土工试验相结合，给出了便于应用的模型参数确定方法；并提出了一种多级加载过程中的初始条件确定方法，该方法可以反映出应变和超静孔压在深度上的不均匀性。采用杭州软黏土进行了多组不同振幅不同频率不同动态偏移量的循环荷载固结试验，通过计算结果与试验结果的对比分析，验证了模型的合理性。

关键词：循环荷载；蠕变；非线性固结；固结试验；沉降计算

One dimensional elastic visco-plastic nonlinear consolidation model of soft clay under cyclic loading

JIA Dongge, Zheng Yangguang

(School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Long-term consolidation and settlement analysis of soft clay under cyclic loading is very important for settlement prediction of infrastructures such as highways and railways. The traditional consolidation analysis method does not take into account of creep settlements. However, the constitutive model for creep analysis will not suit for the consolidation analysis under cyclic loading with nonlinear behavior of permeability coefficient k_v and volume compressibility coefficient m_v. This study establishes a one-dimensional elastic visco-plastic nonlinear consolidation model with universal applicability for cyclic loading conditions. The proposed model could yield an accuracy result which considers the long-term creep and nonlinear behavior of soft soil. The determination of model parameters is also analyzed. In addition, a method of determining the initial conditions in the multistage loading process is proposed by polynomial fitting. A series of one-dimensional cyclic loading tests are conducted in this study and verified with the proposed model. Comparisons reveal that the proposed method can reflect the inhomogeneity of the strain and the excess pore pressure in the depth. The model could also capture the consolidation behavior of soft clay under different loading amplitudes, frequencies and dynamic offsets. The rationality and effectively of the proposed model is discussed and verified with the experimental results.

Key words: cyclic loading; creep; nonlinear consolidation; consolidation experiment; settlement calculation.

0　引　　言

循环荷载是工程中常见的一种荷载形式，波浪、车辆、粮仓、地下水等周期性变化都会引起土层承受周期性荷载。已有不少学者忽略土的非线性，对此情况下的固结特性进行了研究[1-6]。本世纪初，谢康和 [7] 在土体渗透性的降低与压缩性的减小成正比的假设下，给出了循环荷载作用下地基一维非线性固结的解析解，但以上研究均没有考虑土的蠕变特性。对于软黏土，由忽略蠕变特性的固结分析得出的土体沉降会明显小于实际情况，影响工程的安全性。

上个世纪 60 年代以来，不少学者开始对土的蠕变特性开展研究。Walker、Mesri 等[8-10]通过对室内试验数据的分析得出了粘土的蠕变率与压缩指数近似成线性关系的结论。殷建华建立了蠕变参数与时间的关系[11]，克服了蠕变参数恒定时蠕变将随时间的增大而无限增大的不足。Singh 等建立的蠕变模型通过调整参数 m 与 1 的相对大小可以分别表现出蠕变率与时间

对数的负相关、无关和正相关关系[12]。用于描述土的蠕变特性的流变模型也得到了一定的发展，主要有马克斯威尔模型，开尔文模型和宾厄姆模型[13-15]。早在1967 年，Bjerrum 提出了一种等时间线模型来解释土的延迟压缩[16]。之后，Garlanger 基于等时间线模型给出了特定应力应变情形下土的应变计算方法[17]。殷建华和Graham对等效时间进行了物理解释与数学定义，推导出了具有普遍适用性的一维弹黏塑性（EVP）本构模型[18,19]。为了考虑土体变形中的固结特性，殷建华等进一步运用有限差分和有限单元法将一维 EVP模型与一维固结进行了耦合分析[20,21]。

一维弹黏塑性本构模型合理的考虑了土的流变性，且具有一定的普遍适用性。而近些年来，对循环荷载作用下土体的固结理论多忽略土体的蠕变。本文通过将非线性固结理论与 EVP 本构模型进行耦合，得出了考虑土体流变特性的一维非线性固结模型。之后对杭州饱和软黏土进行了多组一维循环荷载固结试验，将试验结果与用 Mathematica 计算的模型结果进行对比分析，验证了循环荷载作用下一维弹黏塑性非线性固结模型的适用性。

1 模型的建立

1.1 一维非线性固结理论

图 1 为本文拟求解的计算模型简图。厚度为 H 的饱和软黏土受均布荷载作用，$p(t)$ 为任意形式的循环荷载。考虑到土在固结过程中的渗透性是变化的，采用式（1）计算土体在不同应力应变状态下的渗透系数[22]。

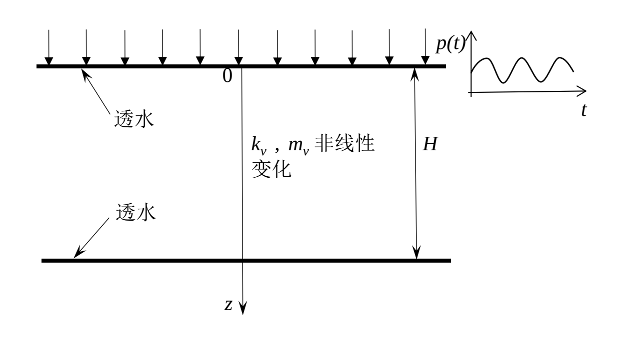


图 1 荷载及边界情况

Fig. 1. Loading and boundary condition of soil layer

$$k_v = k_{vo}\left(\frac{\sigma'_o}{\sigma'_z}\right)^{\frac{c_c}{c_k}} \tag{1}$$

式中：σ'_o、k_{vo} 为 $e-\lg\sigma'_z$ 和 $e-\lg k_v$ 曲线上任意“o”点处的有效应力和渗透系数；c_c 为压缩指数；c_k 为渗透指数。

饱和土体的一维固结连续方程为

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{k_v}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial z}\right] = -\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \tag{2}$$

将式（1）代入式（2）得：

$$\frac{k_{vo}}{\gamma_w}(\sigma'_o)^{\frac{c_c}{c_k}}\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{1}{\sigma'_z}\right)^{\frac{c_c}{c_k}}\frac{\partial u}{\partial z}\right] = -\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \tag{3}$$

求导展开为

$$\frac{k_{vo}}{\gamma_w}\left(\frac{\sigma'_o}{\sigma'_z}\right)^{\frac{c_c}{c_k}}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{c_c}{c_k}\left(\frac{1}{\sigma'_z}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right] = -\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \tag{4}$$

式（4）即为考虑土固结过程中的渗透系数和压缩系数非线性变化而得到的控制方程，其中 $\sigma'_z = p-u$。

1.2 一维弹黏塑性本构模型

殷建华和 Graham 提出的一维弹黏塑性本构模型是一种非线性流变模型[18,19]。如图 2 所示，在土的应力应变关系中采用了“瞬时压缩时间线”、“参考时间线”、“等效时间线”等概念。土体沿着瞬时压缩时间线产生的应变是完全弹性的，不计入时间因素的影响，不产生蠕变。等效时间线是一组平行线，每一条线代表相同的蠕变率。蠕变率的大小可以用等效时间 t_e 表示，t_e=0 的等效时间线称为参考时间线。在瞬时压缩线上的应力应变关系为

$$\varepsilon_z^e = \varepsilon_o^e + \frac{\kappa}{V}\ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_u}\right) \tag{5}$$

在参考时间线上的应力应变关系为

$$\varepsilon_z^{ep} = \varepsilon_{zo}^{ep} + \frac{\lambda}{V}\ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{zo}}\right) \tag{6}$$

在某一恒定的有效应力作用下，蠕变可以表达为

$$\varepsilon_z^{tp} = \frac{\psi}{V}\ln\left(\frac{t_0+t_e}{t_0}\right) \tag{7}$$

式中 ψ/V 为表征土的蠕变能力的蠕变参数，不同于蠕变系数 C_{ae}。蠕变率为

$$\dot{\varepsilon}_z^{tp} = \frac{\psi}{V}\frac{1}{t_0+t_e} \tag{8}$$

当 t_e=∞时，$\dot{\varepsilon}_z^{tp}$ 趋近于无穷小，不产生蠕变，称为极限时间线。如图 2 中点 i 与点 i' 所示，超固结点等效时间较大，因而蠕变率较小，正常固结点等效时间较小，因而蠕变率较大。任意一点的应变可表示为

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^{ep} + \varepsilon_z^{tp} = \varepsilon_{z0}^{ep} + \frac{\lambda}{V}\ln\left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}}\right) + \frac{\psi}{V}\ln\left(\frac{t_0+t_e}{t_0}\right) \tag{9}$$

由式（9）可得

$$t_e=-t_0+t_0\exp\left[\left(\varepsilon_z-\varepsilon_{z0}^{ep}\right)\frac{V}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma_z'}{\sigma_{z0}'}\right)^{-\frac{\lambda}{\psi}} \tag{10}$$

对于任一应力应变状态点，有

$$d\varepsilon_z=d\varepsilon_z^e+d\varepsilon_z^{tp}=\frac{\kappa}{V}\frac{1}{\sigma_z'}d\sigma_z'+\dot{\varepsilon}_z^{tp}dt \tag{11}$$

将式（8）、（10）代入式（11），得到

$$\dot{\varepsilon}_z=\frac{\kappa}{V}\frac{\dot{\sigma}_z'}{\sigma_z'}+\frac{\psi}{Vt_0}\exp\left[-\left(\varepsilon_z-\varepsilon_{z0}^{ep}\right)\frac{V}{\psi}\right]\left(\frac{\sigma_z'}{\sigma_{z0}'}\right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \tag{12}$$

式（12）即是描述土的一维弹黏塑性本构模型的微分方程,应变率分为与时间无关的弹性率和与时间有关的黏性率。理论上，其所反映的应力—应力率—应变—应变率关系适用于任何加载形式。殷建华采用该模型分别给出了等应变率试验、等应力率试验、应力松弛试验等试验条件下应变的计算方法[19]。

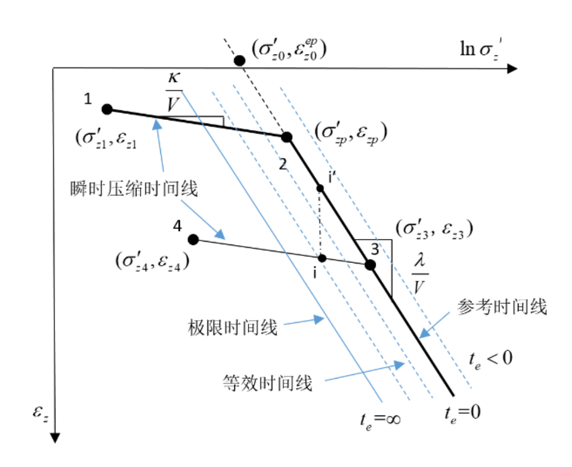


图 2 应力应变对数关系[11, 18]

Fig. 2. Relationship of vertical strain versus ln(vertical effective stress).

1.3 考虑流变性的非线性固结模型

使用有效应力原理 $\sigma_z'+u=p$ 可以建立式（4）的超静孔隙水压力和式（12）中有效应力之间的关系，使一维弹黏塑性本构关系与土中孔隙水压力的非线性消散过程耦合。进而得到同时包含 $\varepsilon_z(z,t)$、$u(z,t)$ 的偏微分方程组,即为土的一维弹黏塑性非线性固结模型。对方程组中的常量赋值并给出初始条件、边界条件，即可得出土体在固结过程中应变、超静孔隙水压力与深度 z、时间 t 的函数关系。

一维 EVP 非线性固结模型微分方程及初始、边界条件为

$$\begin{cases}\dfrac{k_{vo}}{\gamma_w}\left(\dfrac{\sigma_o'}{\sigma_z'}\right)^{\frac{c_c}{c_k}}\left[\dfrac{\partial^2u}{\partial z^2}+\dfrac{c_c}{c_k}\left(\dfrac{1}{\sigma_z'}\right)\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right]=-\dfrac{\partial\varepsilon_z}{\partial t}\\ \dot{\varepsilon}_z=\dfrac{\kappa}{V}\dfrac{\dot{\sigma}_z'}{\sigma_z'}+\dfrac{\psi}{Vt_0}\exp\left[-\left(\varepsilon_z-\varepsilon_{z0}^{ep}\right)\dfrac{V}{\psi}\right]\left(\dfrac{\sigma_z'}{\sigma_{z0}'}\right)^{\frac{\lambda}{\psi}}\\ u(0,t)=0\\ u(H,t)=0\\ u(z,0)=\text{超静孔压初始条件}\\ \varepsilon_z(z,0)=\text{应变初始条件}\end{cases} \tag{13}$$

式中：H 为承载土层的厚度。

一维非线性固结与一维 EVP 本构模型耦合分析得出的应变是土体深度和时间的函数，代表某一时刻土体中某一点处的应变值，而在实际工程与土工试验中，往往更加关注土体的总应变。本文采用式（14）计算承载土体的总应变。

$$\varepsilon_t=\frac{1}{H}\int_{z=0}^{z=H}\varepsilon_z(z,t)dz \tag{14}$$

2 一维循环荷载固结试验

2.1 试验简介

杭州地区底层覆盖大量的深厚软黏土，长期地铁等循环荷载作用下引起的沉降问题不容忽视。本文为验证一维弹黏塑性非线性固结模型，针对杭州地区软黏土进行了一系列的一维循环荷载固结试验。

试验装置采用的动力循环蠕变试验仪。其主要部件包含固结容器、加载系统、控制系统、量测系统和数据采集系统。采用标准的固结容器，其尺寸为高 20mm，直径 61.8mm。加载系统通过无电刷直流伺服马达控制器和高精度位移传感器形成闭环控制。整个系统由电脑进行自动控制，可施加余弦荷载、三角形荷载、梯形荷载等。本文试验用土为杭州软黏土的饱和重塑土，含水量高，流变特性显著，物理参数见表 1。

在可选荷载形式中，余弦荷载相对于其他形式的循环荷载，具有高阶可导性，便于模型计算。本试验中土样预固结 6h 后，连续施加 20 个周期的余弦荷载，其中试验 1 在土样预固结后连续作用 4 种不同形式的荷载，具体荷载形式见表 2。

表 1 杭州软黏土的物理参数

Table 1 Physical parameters of soft clay in Hangzhou.

液限 w_L	塑限 w_P	塑性指数 I_p	比重 G_s	最大干密度
40.3%	24.2%	16.1%	2.73	1.32 Mg/m^3

表 2 荷载形式与土样初始状态

Table 2 Load form and soil sample initial state.

试验组号	预固结压力 P_c (kPa)	荷载形式 P_{cyc}(kPa)	初始孔隙比 e_0
1	100	100+10cos(0.12πt)	1.097
		100+20cos(0.12πt)	
		100+30cos(0.12πt)	
		100+40cos(0.12πt)	
2	100	100+10cos(0.24πt)	1.187
3	100	100+10cos(0.48πt)	1.325
4	200	200+20cos(0.12πt)	1.040
5	300	300+30cos(0.12πt)	1.126

2.2 模型参数的确定

应当认识到，土的固结模型的提出是为了解决实际工程的需要，模型的准确性和使用方便性都应得到足够的重视。为了使本文提出的一维弹黏塑性非线性固结模型能与土工试验较好地结合，便于应用。本文部分参考殷建华提出的假设 B 简化算法[23]，推荐采用以下确定参数的方法。

κ、λ 可通过标准固结试验确定，满足以下关系：

$$\frac{\kappa}{V}=\frac{c_e}{V\ln 10} \tag{15}$$

$$\frac{\lambda}{V}=\frac{c_c}{V\ln 10} \tag{16}$$

其中，c_e 是回弹指数。k_{vo} 是有效应力等于 σ_0' 时，土体的竖向渗透系数。σ_0' 取每组试验的动态偏移量，k_{vo} 可由 GDS 先进固结试验系统测量[24]。若试验条件受限，可采用 e-lgk_v 拟合直线求得不同孔隙比下的渗透系数。曾巧玲通过对 7 种固结系数确定方法的计算结果与试验结果进行对比，指出三点法具有精度较高，计算简便等优点[25]，文献[26]指出使用三点法计算渗透系数误差较小。因此，本文对三组标准固结试验的试验结果采用三点法计算固结系数，并由式 $k_v=C_v\times m_v\times\gamma_w$ 计算出各孔隙比下的渗透系数。其中体积压缩系数 m_v 由各级固结试验的初始与结束时刻应变的差值得到，在同一组固结试验中不取定值。拟合出的 e-lgk_v 直线见图 3，拟合直线的斜率即为渗透指数 c_k，因而有 c_k=0.2694。本文试验中压缩指数 c_c=0.2466，则 c_c/c_k=0.915。已知土在特定应力应变状态下的孔隙比，可在 e-lgk_v 拟合直线上插值，得到 k_{vo}。

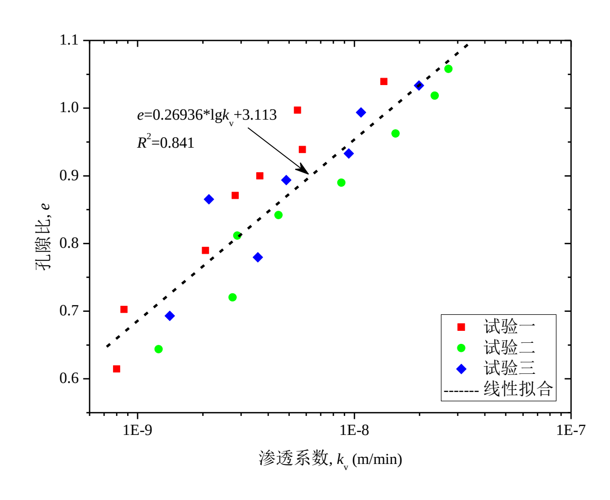


图 3 e-lgk_v 拟合曲线

Fig. 3. Relationship of void ratio versus lg(Permeability coefficient).

σ_{z0}'、ε_{z0}^{ep} 是参考时间线上的参考点，以确定出 λ 线的位置，本文中土体的基本力学参数由标准固结试验测得，因而可由单级加载 1day 的一维固结试验进行测量：将制备好的土样放入固结容器，施加某一静载 σ_{z0}'，且 σ_{z0}' 大于先期固结压力，测出 1440 min 时的应变值，即为 ε_{z0}^{ep}。

t_o 取固结试验单级加载时间，本文中 t_o=1440 min。

ψ 是表征土的流变能力的蠕变参数，在一维 EVP 本构模型中，其值无法直接测量，可通过与固结试验结果拟合得到，详见文献[19]。在准确性要求不高时，可采用式（17）近似计算。

$$\frac{\psi}{V}\approx\frac{C_{\alpha e}}{V\ln 10} \tag{17}$$

本文试验中，获得的杭州软黏土的参数 κ 为 0.0153，λ 为 0.1071，蠕变参数 ψ 为 0.00174。模型计算中用的其它各项参数见表 3。

2.3 初始条件的确定

由土样的标准固结试验结果可知，预固结 6h 后，主固结已完成，因而第一级循环加载的初始应变采用常数，数值上等于预固结结束时的应变值。由于试验装置的轴力控制系统只能施加连续荷载，在预固结结束后，应力会从预固结压力以较快的速度连续增加到循环荷载的初值，从而造成相位偏差。为了使相位偏差的影响最小化，计算时采用原荷载形式左移 1/8 个周期后的荷载形式，见图 4。

对于试验 1，第二阶段及之后的各个阶段的初始应变与初始孔压可采用前一阶段结束时刻的计算结果。使用 Mathematica 求解式（13）可得出第一阶段的应力—深度—时间和应变—深度—时间数值结果。导出

第一阶段结束时刻的应力—深度和应变—深度的数据，并拟合出多项式趋势线，作为下一阶段的初始条件。第二至第四阶段的初始超静孔隙水压力拟合结果见图5。

由于本文中的模型适用于任何单向加载形式，此初始条件确定方法在其他形式的多级加载固结试验中同样适用。

表 3 计算模型中各项参数值

Table 3 The parameter values in the calculation model.

试验组号	k_{vo} (m/min)	σ'_{z0} (kPa)	ε_{z0}^{ep}
1	0.62e-8	100	0.095
	0.59e-8		
	0.57e-8		
	0.55e-8		
2	1.31e-8	100	0.092
3	2.80e-8	100	0.114
4	0.36e-8	100	0.065
5	0.31e-8	100	0.081

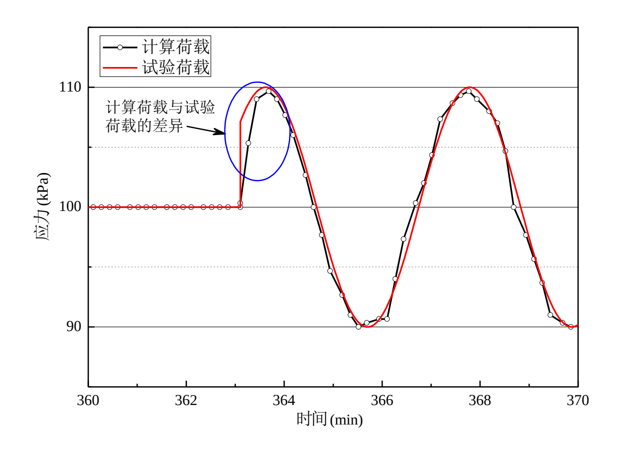


图 4 相位差调整图示

Fig. 4. Adjustment of phase difference.

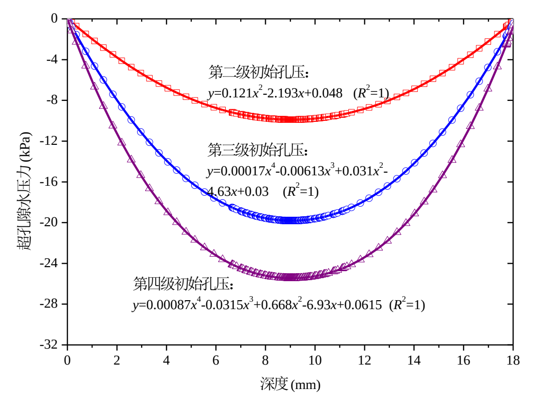


图 5 各阶段初始孔压拟合结果

Fig. 5. Fitting results of initial excess pore water pressure in each stage.

3 模型验证

为方便模型的计算，绘制了使用 Mathematica 软件数值求解式（13）的程序框图，见图 6。

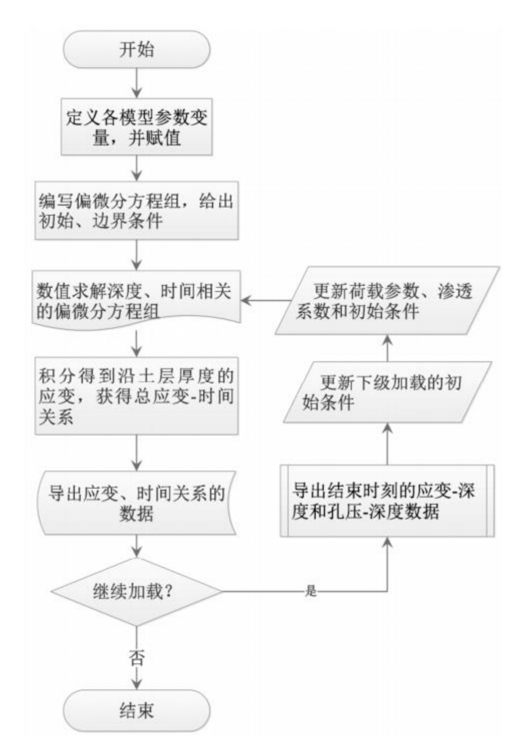


图 6 模型求解流程图

Fig. 6. Flow chart of model solving.

3.1 孔压分析

图 7 为试验 1 第一级循环荷载作用下前 7 个周期的超静孔隙水压力模型解。从图中结果可以看出，在循环荷载作用下，孔隙水压力随着时间的增长在正负孔压之间振动并趋于稳定。在土体的排水边界，孔隙水压力为 0，在土体 1/2 深度处（排水距离最远），孔压振幅最大。在土体的竖向上，距离排水边界越远的部位孔隙水的排出与进入越缓慢，因而超静孔压的振幅越大，这与土的固结理论相一致。

土样中心点处的超静孔压波动曲线如图 8 所示。随着荷载振幅的增加，超静孔隙水压力的振幅也相应增加，谷值绝对值与荷载振幅基本相等，而峰值则逐渐超过荷载振幅。由于黏塑性的存在，在循环荷载作用下，土体不但产生弹性应变波动，塑性应变也会随着作用时间而不断增大。同时，在土样中心处由于孔隙水不易排出，有效应力波动很小，土颗粒骨架会不断地产生蠕变，使有效应力发生微小的松弛现象，又由于竖向力平衡，而使得孔隙水压力的最大值超过荷载最大振幅。此现象可以从孔隙水压力与循环荷载的相位关系中（如图 9）进一步的验证。从图 9 可以看出，土样中心处超静孔隙水压力与循环荷载存在一定

的相位偏差。荷载增大会引起孔隙水压力的增大，同时，孔隙水的排除会造成孔隙水压力的消散。由于荷载的变化与孔隙水压力的消散均是动态过程，最大孔隙水压力并非在最大荷载作用时刻产生，而是出现在荷载增大速率与孔隙水压消散速率的差值最大的时刻。同理，最大负孔压出现在荷载减小速率与负孔压消散速率的差值最大的时刻。

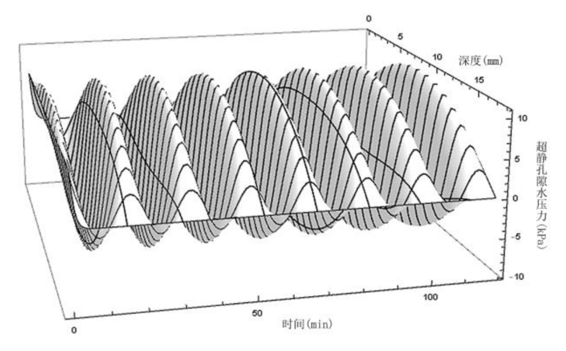


图 7 试验 1 第一级超静孔隙水压力—深度—时间三维图像

Fig. 7 Three-dimensional image of excess pore water pressure-depth-time of the first stage in experiment 1.

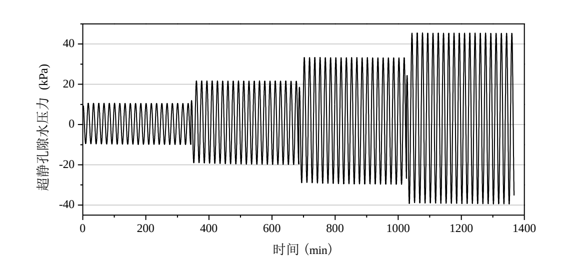


图 8 试验 1 土样中心点处超静孔隙水压力—时间图像

Fig. 8. Relationship of excess pore water pressure versus time at the center point of soil sample in experiment 1.

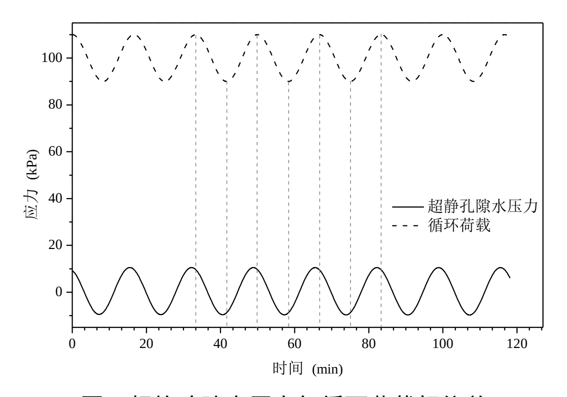


图 9 超静孔隙水压力与循环荷载相位差

Fig. 9. The phase difference between the excess pore water pressure and the cyclic load.

3.2 模型验证

合理的模型应能反映材料在不同受力情况下的变形特征，本文采用在不同频率、不同振幅、不同循环荷载偏移量作用下得到的试验结果与模型计算结果进行对比。图 10 为试验 1 第一级荷载作用下前 7 个周期的应变—深度—时间三维图像。在循环荷载作用下，应变值波动式增长，靠近排水边界处，孔隙水压力的振幅较小，则有效应力的均值和振幅均较大，因而应变波动剧烈，均值较大。在土样中心处，超静孔隙水压力的振幅与荷载接近，存在较小的相位差，有效应力振幅较小，因而应变振幅较小。

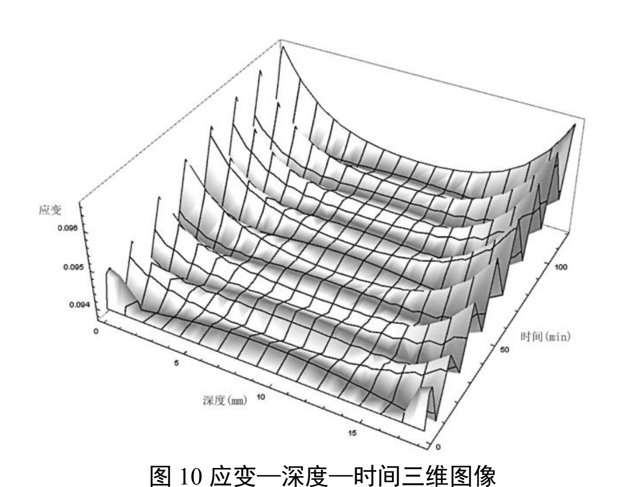


图 10 应变—深度—时间三维图像

Fig. 10. Three-dimensional image of strain-depth-time.

图 11~13 分别给出了不同形式的余弦荷载作用下由试验和模型求解得出的总应变—时间曲线以及两者之间的最大偏差。从试验结果可以看出，随着加载时间的增大，总应变值波动增长。在同一种形式的荷载作用下，弹性应变振幅保持不变，塑性应变持续增长，但增长率逐渐减小，出现应变硬化。

如图 4 所示，在试验仪器循环加载的初始时刻，计算所采用的荷载形式与试验中加载的形式有一定的差别，前者是不连续的，而后者是连续的。因此，在第一个波段的计算结果与试验结果均有较大差别。在多级加载试验中，由当前循环荷载转换为下一级循环荷载时仍会由于试验仪器只能连续变荷而带来误差。每一级循环荷载施加结束后，压力会迅速减小为动态偏移量，再以较快的速率增大到下一级荷载初值，因而试验结果的最后一个波形明显不同于其他波形。

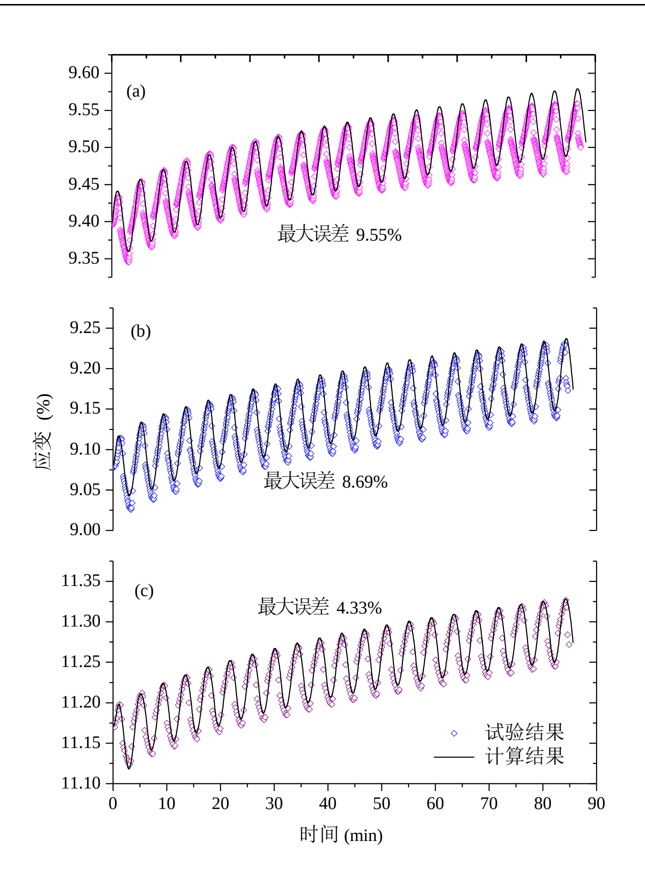


图 11 不同频率的循环荷载固结试验结果: (a) f= 0.001 Hz; (b) f =0.002 Hz; and (c) f = 0.004 Hz

Fig. 11. Test results of cyclic loading at different frequencies: (a) f= 0.001 Hz; (b) f =0.002 Hz; and (c) f = 0.004 Hz

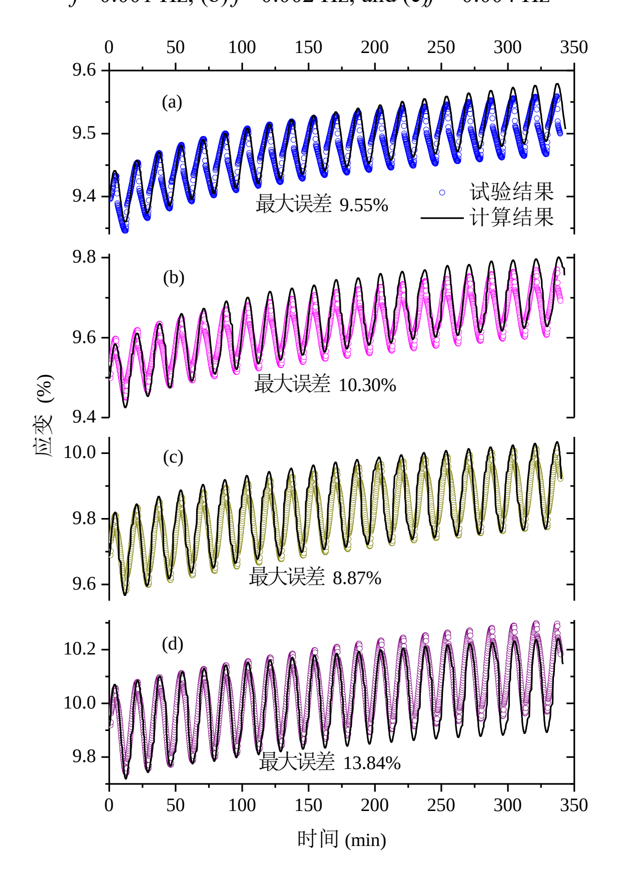


图 12 不同振幅的循环荷载固结试验结果: (a) A= ±10 kPa; (b) A=±20 kPa; (c) A= ±30 kPa; and (d) A= ±40kPa

Fig. 12. Test results of cyclic loading of different amplitudes: (a) A= ±10 kPa; (b) A=±20 kPa; (c) A= ±30 kPa; and (d) A= ±40kPa

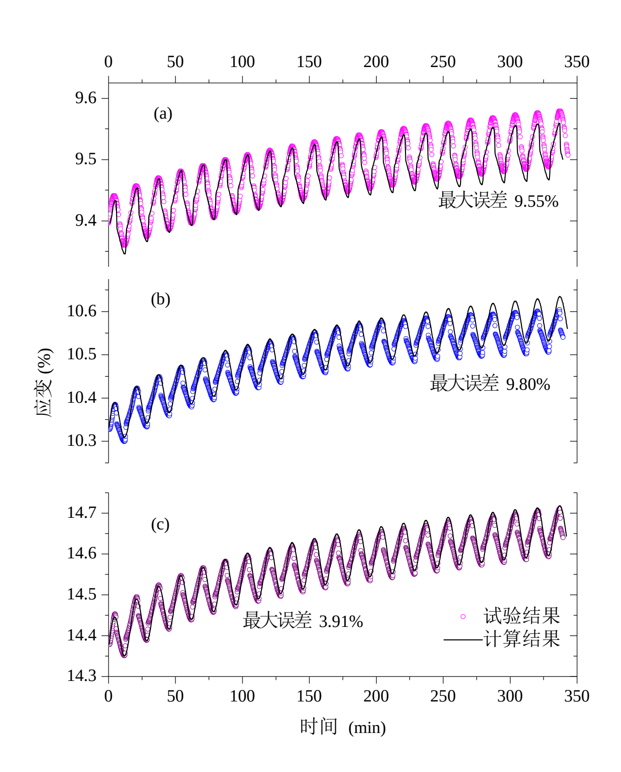


图 13 不同动态偏移量的循环荷载固结试验结果: (a) P_a= 100 kPa; (b) P_a =200 kPa; and (c) P_a = 300kPa

Fig. 13. Test results of cyclic loading of different dynamic offset: (a) P_a= 100 kPa; (b) P_a =200 kPa; and (c) P_a = 300kPa

如图 12 所示，试验 1 在同一土样上共施加了四级循环荷载。各级荷载频率均为 0.001Hz，振幅依次增大，分别为：±10kPa、±20kPa、±30kPa、±40kPa。从试验结果可以看出，由第一级至第四级，土的塑性应变增长率逐渐减小。尽管荷载振幅依次增大，但随着循环荷载作用时间的增加和土体的密实，依旧产生了较为显著的应变硬化现象。计算结果则表现出更为显著的应变硬化，计算出的应变值由比试验结果偏大，在第四级加载阶段变为偏小于试验结果，且塑性应变增长速率明显小于试验结果。本文研究发现，模型中总应变增长的形态主要受到蠕变参数 ψ 值的影响。由试验结果与计算结果的对比可以大致判断出循环荷载作用对土样的蠕变特性造成了一定的影响。此外，一些学者通过试验研究得出了循环荷载作用会造成土的模量弱化的结论[27]，文献[11]中指出，ψ 值的大小会受到荷载作用时间、应变大小的影响。

图 11、12、13 中的对比结果显示，在不同频率、不同振幅、不同动态偏移量的试验条件下，模型计算

结果与试验结果吻合较好，能够较好的反映各种荷载形式作用下土的力学行为，验证了模型的合理性。

3.3 模型的讨论

若不考虑土的流变性，可运用传统的 $e-\lg\sigma_z'$ 曲线求解一维非线性固结的变形问题。在塑性压缩阶段，压缩系数 $m_v=c_c/[(1+e_o)\ln 10\sigma_z']$，可得[22]

$$-\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=\frac{c_c}{(1+e_o)\ln 10\sigma_z'}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{dp}{dt}\right) \tag{18}$$

在回弹阶段，$m_v=c_e/[(1+e_o)\ln 10\sigma_z']$，可得

$$-\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=\frac{c_e}{(1+e_o)\ln 10\sigma_z'}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{dp}{dt}\right) \tag{19}$$

将式（18）、（19）代入式（4）的左侧可以分别解出循环荷载作用下土体在压缩和回弹阶段的超静孔隙水压力。根据有效应力原理，可以得到土体内部有效应力的变化。基于土体的压缩、回弹曲线，如下：

$$\begin{cases}\varepsilon=\varepsilon_o+\dfrac{c_c}{1+e_o}\lg\left(\dfrac{\sigma_z'}{\sigma_o'}\right) & \text{（压缩曲线）}\\ \varepsilon=\varepsilon_o+\dfrac{c_e}{1+e_o}\lg\left(\dfrac{\sigma_z'}{\sigma_o'}\right) & \text{（回弹曲线）}\end{cases} \tag{20}$$

可以得到应变在不同深度随时间的变化特征，进而由式（14）求得在不同时刻土体的总应变。用上述忽略流变的传统方法计算本文试验 4 的应变发展，计算结果见图 14。

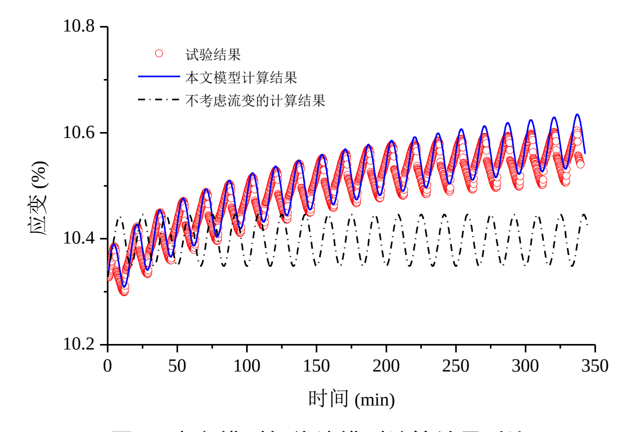


图 14 本文模型与传统模型计算结果对比

Fig. 14. The comparison between the calculation results of the models in this paper and ignoring rheology is made.

在循环荷载作用下，由不考虑流变性的一维非线性固结理论计算结果显示：土体在加载初始阶段因有效应力的增大而产生较大的塑性变形，之后则以恒定的振幅持续波动，且均值不变，仅能反映弹性变形的振动特点，而不能反映黏塑性变形的加剧。而本文提出的一维非线性弹黏塑性固结模型由于考虑了土体的流变特性，无论荷载大小，都会发生黏塑性变形，只是蠕变率不同。随着时间的增大，本文模型计算出的总应变持续增大，且与试验结果相接近，而不考虑流变性的计算结果随着时间的增长越发小于实际应变值。在长期循环荷载作用下，软黏土的流变会更加显著，成为预测地基沉降时不可缺少的一个考虑因素。

4 结 论

本文将一维非线性固结理论与一维弹黏塑性本构模型耦合分析，得出了具有普遍适用性的一维弹黏塑性非线性固结模型。通过进行一系列不同频率、不同振幅、不同动态偏移量的循环荷载固结试验，对比分析了试验结果和模型计算结果。对比结果表明，在不同的荷载形式下，模型的计算结果均可以较为合理的预测土体在循环荷载作用下的应变发展。主要的结论如下：

（1）耦合得到的一维弹黏塑性非线性固结模型能够表征土体在固结过程中的超静孔隙水压力—深度—时间关系和应变—深度—时间关系。确定各参数值、初始条件和边界条件后可以用此模型对土体任一时刻任一深度处的超静孔压和应变求解。

（2）为了使模型更好的与土工试验相结合，给出了即便于获取又能较准确地反映土体变形特性的模型参数确定方法，并且给出了多级单向加载试验的初始条件确定方法。

（3）在循环荷载作用下，超静孔隙水压力、有效应力、应变均表现为波动式增长。在土体中排水距离较远的部位，循环荷载与超静孔隙水压力会因为固结作用而产生一定的相位差，且有效应力的振幅和应变振幅随排水距离的增大而减小。随着循环荷载作用时间的增大，土体会产生应变硬化现象，总应变增长趋势变缓。

（4）通过对比五组一维循环荷载固结试验的试验结果与模型的计算结果，表明由本文中模型计算出的总应变可以较为合理的预测土体在循环荷载作用下的变形过程。

参考文献：

[1] Wilson N E, Elgohary M M. Consolidation of Soils Under Cyclic Loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(3):420-423.

[2] Baligh M M, Levadoux J N. CONSOLIDATION THEORY FOR CYCLIC LOADING[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1978, 104:415-431.

[3] 关山海，谢康和，胡安峰. 低频循环荷载下地基一维固结

性状分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(5):849-853.

[4] Favaretti M，Soranzo M. A simplified consolidation theory in cyclic loading conditions[A]. In：Proc. of Int. Symposium on Compression and Consolidation of Clayed Soils[C]. [s. l.]：[s. n.]，1995. 49 – 55.

[5] Chen J Z，Xie K H，Pan Q Y，et al. One-dimensional consolidation of soft clay under trapezoidal cyclic loading[A]. In：Proc. of the Second International Conference on Soft Soil Engineering[C]. [s. l.]：[s. n.]，1996. 211–216.

[6] Xie K H，Guo S，Zeng G X. On the consolidation of the soft clay ground beneath large steel tank[A]. In：Proc. of Int. Conference on Advances in Steel Structures[C]. [s. l.]：[s. n.]，1996. 1 194 – 1 204.

[7] 谢康和, 周瑾, 董亚钦. 循环荷载作用下地基一维非线性固结解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(1):21-26.

[8] Walker, L. K., and Raymond, G. P. （1968）. “The prediction of consoli-dation rates in a cemented clay.” Can. Geotech. J., 5~4!, 192–216.

[9] Mesri, G. （1973）. “Coefficient of secondary compression.” J. Soil Mech.Found. Div., 99（1）, 123–137.

[10] Mesri G, Godlewski P M. Time and stress-compressibility interrelationship[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 1979, 105(5):417-430.

[11] Yin J H. Non-linear creep of soils in oedometer tests[J]. Géotechnique, 1999, 49(5):699-707.

[12] Singh A, Mitchell J K. General stress–strain–time function for soils[J]. Journal of the Soil Mechanics & Foundations Division, 1969, 95:406-415.

[13] Feda J. Creep of soils: and related phenomena.[J]. Creep of Soils & Related Phenomena, 1992.

[14] Meschyan S R. Experimental rheology of clayey soils.[M]. 1995.

[15] Mitchell J K. Fundamentals of soil behavior.[J]. Soil Science Society of America Journal, 1993, 40(4):827-866.

[16] Bjerrum L. Engineering Geology of Norwegian Normally-Consolidated Marine Clays as Related to Settlements of Buildings[J]. Geotechnique, 1967, 17(2):83-118.

[17] Garlanger J E. The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress[J]. Géotechnique, 1972, 22(1):71-78.

[18] J.-H. Yin, J. Graham. Viscous-elastic–plastic modeling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1990, 27(2):259-261.

[19] Yin J H, Graham J. Equivalent times and one-dimensional elastic viscoplastic modelling of time-dependent stress-strain behaviour of clays. [J]. Revue Canadienne De Géotechnique, 1994, 31(1):42-52.

[20] Yin J H, Graham J. Elastic visco-plastic modelling of one-dimensional consolidation[J]. Géotechnique, 1996, 46(3):515-527.

[21] Zhu G, Yin J. Finite element analysis of consolidation of layered clay soils using an elastic visco - plastic model[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2015, 23(4):355-374.

[22] 耿雪玉, 徐长节, 蔡袁强. 循环荷载作用下饱和软粘土非线性一维固结[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19):3353-3358.

[23] 殷建华. 从本构模型研究到试验和光纤监测技术研发[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1):0-0.

[24] 谢康和, 庄迎春, 李西斌. 萧山饱和软粘土的渗透性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5):591-594.

[25] 曾巧玲, 张惠明, 陈尊伟,等. 软黏土固结系数确定方法探讨[J]. 岩土力学, 2010, 31(7):002083-2110.

[26] 顾绍付, 徐林荣, 赫晓光. 对室内试验固结系数和渗透系数的相关性探讨[J]. 山西建筑, 2004, 30(23):52-53.

[27] 蒋敏敏, 蔡正银, 肖昭然. 动荷载后黏性土静力性质研究进展[J]. 水运工程, 2013(6):166-169.